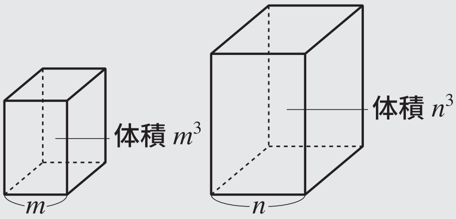
第 34 講・相似な立体と表面積・体積

例題 1 相似な立体の表面積・体積の比①

ポイント

- 1 つの立体を，形を変えずに一定の割合で拡大，または縮小して得られる立体は，もとの立体と相似である

- 相似な 2 つの立体について，対応する部分の長さの比が $m : n$ ならば，相似比は $m : n$ となる。このとき，表面積と体積について次の比が成り立つ
  - 相似比 → $m : n$
  - 表面積比 → $m^2 : n^2$ （2 乗）
  - 体積比 → $m^3 : n^3$ （3 乗）

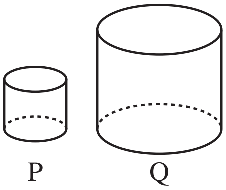


問題

右の図の円柱 P，Q は相似である。円柱 P の底面の半径は 5 cm，円柱 Q の底面の半径は 10 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

(1) 円柱 P の表面積が 130 cm^2 のとき，円柱 Q の表面積を求めなさい。

(2) 円柱 P の体積が 100 cm^3 のとき，円柱 Q の体積を求めなさい。



解答

(1) 2 つの円柱の相似比は

$5 : 10 = 1 : 2$

したがって，表面積の比は

$1^2 : 2^2 = 1 : 4$

円柱 Q の表面積を x cm^2 とすると

$130 : x = 1 : 4$

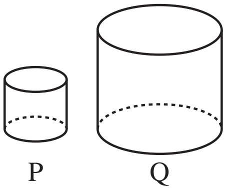
$x = 520$

よって

520 cm^2 …(答)

MEMO

(1)



⑵　2 つの円柱の相似比は 1 : 2 だから，体積の比は

$1^3 : 2^3 = 1 : 8$

円柱 Q の体積を y cm^3 とすると

$100 : y = 1 : 8$

$y = 800$

よって

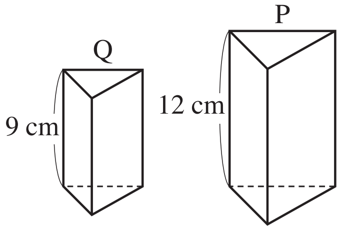
800 cm^3　・・・(答)

確認テスト 1

右の図の三角柱 P，Q は相似である。三角柱 P の高さは 12 cm，三角柱 Q の高さは 9 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

⑴　三角柱 P の表面積が 144 cm^2 のとき，三角柱 Q の表面積を求めなさい。

⑵　三角柱 Q の体積が 81 cm^3 のとき，三角柱 P の体積を求めなさい。



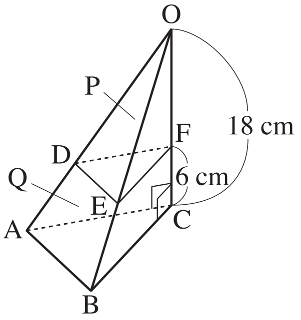
例題 2　相似な立体の表面積・体積の比②

問題

次の図で，三角錐 O–ABC の高さは OC = 18 cm である。この三角錐 O–ABC を，右の図のように底面 ABC に平行な平面 DEF で，CF = 6 cm になるよう 2 つの立体 P，Q に切り分けた。すると，立体 P の体積は 200 cm^3 になった。このとき，次の問いに答えなさい。

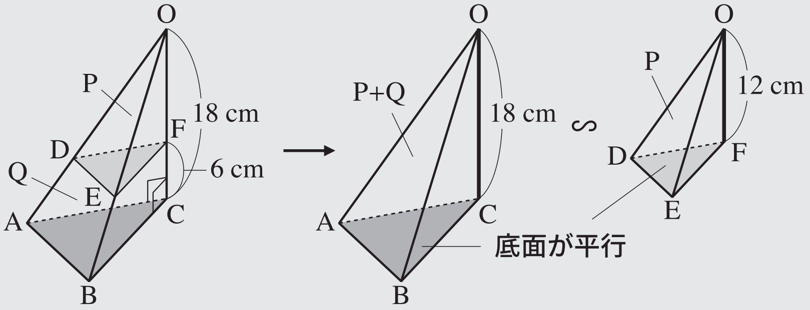
⑴　三角錐 O–ABC と立体 P の，表面積と体積の比をそれぞれ求めなさい。

⑵　立体 Q の体積を求めなさい。



ポイント

● 三角錐 O–ABC ∽ 三角錐 O–DEF だから，**対応する辺の比から相似比**を求める



解答

(1)　三角錐 O–ABC と立体 P は相似である。対応する辺 OC，OF の比は

$$18 : (18-6) = 18 : 12$$
$$= 3 : 2$$

したがって，相似比は 3 : 2 である。よって，表面積の比は

$3^2 : 2^2 = \mathbf{9 : 4}$　**…(答)**

また，体積の比は

$3^3 : 2^3 = \mathbf{27 : 8}$　**…(答)**

(2)　立体 Q は，三角錐 O–ABC から立体 P を切り取ったものである。三角錐 O–ABC と立体 P の体積比は 27 : 8 だから，立体 P と立体 Q の体積比は

$$8 : (27-8) = 8 : 19$$

したがって，立体 Q の体積を x cm^3 とすると

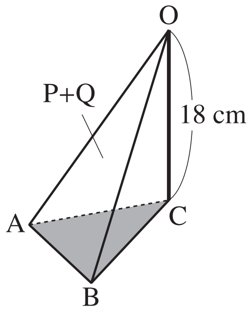
$$200 : x = 8 : 19$$
$$8x = 200 \times 19$$
$$x = 475$$

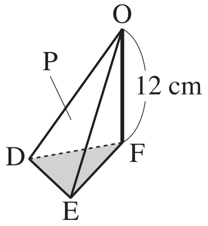
よって

475 cm^3　**…(答)**

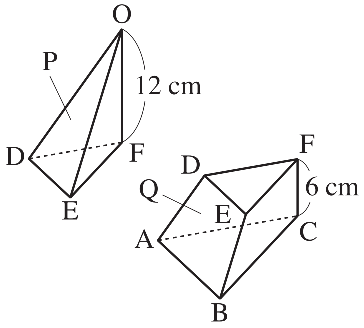
MEMO

(1)



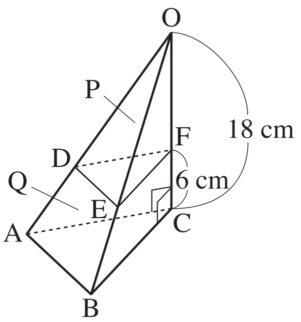


(2)



確認テスト 2

次の図で，三角錐 O–ABC の高さは OC = 18 cm である。この三角錐 O–ABC を，右の図のように底面 ABC に平行な平面 DEF で，CF = 6 cm になるよう 2 つの立体 P，Q に切り分けた。すると，立体 P の体積は 200 cm^3 になった。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　三角錐 O–ABC と立体 P の，表面積と体積の比をそれぞれ求めなさい。

⑵　立体 Q の体積を求めなさい。

［メモ］